CH09 : Puissances entières d'un nombre relatif (livre p.64).

Je vais apprendre à:
- Utiliser les notations a^n et a^{-n}, et les règles de calcul sur les puissances d'un nombre relatif quelconque (socle 6)

I. Définition.

Définition 1 : Soient a un nombre quelconque et n un nombre entier naturel (positif). On a :
$a^n = a \times a \times a .... \times a$ (n facteurs)
a^n se lit « a exposant n » ou « a puissance n ». Le nombre n s'appelle l'exposant.
$a^0 = 1$; $a^1 = a$.

Exemples :
$12,5^6 = 12,5 \times 12,5 \times 12,5 \times 12,5 \times 12,5 \times 12,5$.
$(-7)^4 = (-7) \times (-7) \times (-7) \times (-7)$.
Retenir : « Qui dit puissance dit multiplication du nombre par lui-même ».
On ne multiplie surtout pas le nombre par son exposant !!!!!! (erreur classique).

Propriété 1 : (démontrée par récurrence)
Si n est pair, alors a^n est un nombre positif.*
Si n est impair, alors a^n est du signe de a.

*En particulier, un carré est toujours positif.
Exemples : $(-7)^4 = 2401$.
$(-7)^3 = -343$.

Définition 2 : Soient a un nombre quelconque et n un nombre entier naturel (positif). On a :
$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.

Exemples :

$$(2,8)^{-3} = \frac{1}{2,8^3}$$

$$(-12)^{-2} = \frac{1}{(-12)^2}$$

II. Règles de calcul.

Propriété 2 : (démontrée)
$a^m \times a^n = a^{m+n}$;

$\frac{a^m}{a^n} = a^m \times a^{-n} = a^{m-n}$;

$(a^n)^p = a^{n \times p}$.
$a^m \times b^m = (ab)^m$;
$(\frac{a}{b})^n = \frac{a^n}{b^n}$.

Exemples:
$5^8 \times 5^5 = 5^{8+5} = 5^{13}$

$\frac{4^6}{4^4} = 4^6 \times 4^{-4} = 4^{6+(-4)} = 4^{6-4} = 4^2$

$(1,5^3)^2 = 1,5^{3\times 2} = 1,5^6$
$5^3 \times 7^3 = (5 \times 7)^3 = 35^3$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2^4}{3^4} = \frac{16}{81}$$

Attention! L'exposant concerne « ce qu'il touche » : s'il touche une parenthèse, c'est toute la parenthèse qui est mise à la puissance. Exemples :

$$\left(\frac{2}{3}\right)^5 = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times$$

A ne pas confondre avec :

$$\frac{2^5}{3} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times}{3}$$

De même, il ne faut pas confondre $-4^2 = -4 \times 4 = -16$ et $(-4)^2 = (-4) \times (-4) = 16$.